

Actas III Jornadas de Enseñanza e Investigación Educativa en el campo de las Ciencias Exactas y Naturales  
Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación. Universidad Nacional de La Plata

---

## APRENDER ERRANDO

*GONZÁLEZ, MÓNICA<sup>1,2</sup>; SOTO, GABRIEL<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>Departamento de Química. Facultad de Ciencias Naturales. Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco

<sup>2</sup>[mgonzalez@ing.unp.edu.ar](mailto:mgonzalez@ing.unp.edu.ar)

### RESUMEN

En este trabajo se presentan resultados cualitativos de la implementación de una práctica áulica innovadora de evaluación, a partir del análisis de los errores cometidos por los alumnos en evaluaciones escritas en un curso de primer año de Matemática para las carreras de Bioquímica y Farmacia de la Facultad de Ciencias Naturales de la Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco.

**Palabras clave:** evaluación, errores conceptuales, enseñanza de matemática para no matemáticos, cálculo diferencial e integral.

## INTRODUCCIÓN Y MARCO TEORICO

La evaluación forma parte del proceso de enseñanza-aprendizaje y es una de las cláusulas fundamentales en el contrato didáctico que se establece de manera explícita o implícita entre el docente y los alumnos (Soto, 2010, 14). La evaluación tiene que representar un espacio común en donde los alumnos puedan reflexionar sobre los aprendizajes adquiridos y los docentes interpretar las implicancias de la enseñanza de esos aprendizajes (Litwin, 1998, 16). Sin embargo, observamos a menudo que los estudiantes, al recibir sus exámenes, sólo dan importancia a la nota obtenida sin reparar en los errores que han cometido. La advertencia del error en las evaluaciones no sirve de nada si no es acompañada de una reflexión posterior, que les permita exponer, discutir y poner a prueba sus concepciones, que convierta al obstáculo en una herramienta superadora del aprendizaje. Una de las causas de estas conductas es que los dispositivos de evaluación carecen de valor y sentido real para los estudiantes, y sólo tiene un valor extrínseco: es una actividad para evaluar (Litwin, 1998, 17).

Dado que no es posible hablar de evaluación de los aprendizajes al margen de los procesos de enseñanza que los han generado (Camilloni, 1998, 68), resulta sumamente importante entonces diseñar e implementar nuevos modelos de actuación en las prácticas evaluativas que brinden información acerca de los aprendizajes de los alumnos (Soto *et al.* 2010, 3). En particular, dichos modelos deben atribuir importancia a los errores cometidos para poder ser analizados a posteriori por docentes y alumnos (Astolfi y Peterfalvi, 2002, 196). El análisis de la información aportada por los dispositivos de evaluación permite establecer relaciones con las estructuras cognitivas involucradas y determinar estrategias para poder promover la superación de estos obstáculos (Reif, 1983 citado por Oñorbe, 2003, 87).

En este trabajo presentamos una propuesta metodológica de evaluación de aprendizajes, enmarcada dentro del paradigma de la investigación-acción educativa (Elliot, 1993), que utiliza el error como eje de discusión y análisis por parte de los docentes y alumnos de una cátedra de matemática de primer año de la universidad. Este dispositivo de evaluación forma parte de un proceso de evaluación innovador en donde la discusión grupal y la reflexión individual aparecen de manera natural y que permite a los alumnos apropiarse de los procesos de evaluación como instancias de aprendizaje.

## PROPUESTA METODOLOGICA

La propuesta de trabajo mencionada se ha desarrollado en el marco de la asignatura *Matemática*, correspondiente al primer cuatrimestre del primer año del actual plan de estudios de las carreras de Farmacia y Bioquímica de la Universidad Nacional San Juan Bosco. El propósito de la asignatura es mostrar el rol de la matemática en el entendimiento de los fenómenos biológicos, y acercar al alumno a la comprensión de los

misimos, abordando contenidos básicos en la enseñanza del cálculo diferencial e integral en una o más variables. En este contexto, el desafío para el equipo docente consistió en diseñar situaciones de enseñanza que permitieran lograr el aprendizaje significativo de los contenidos matemáticos (Soto y González, 2009; Soto *et al.* 2010), e instrumentos de evaluación adecuados a la propuesta metodológica y al período de tiempo en el que se desarrolla la asignatura (Camilloni, 1998, 67).

Debido a la intensidad del desarrollo de los contenidos, se estableció un régimen de evaluación que consiste en un sistema de instancias de monitoreo durante todo el cursado, en las que una vez a la semana se evalúan conceptos básicos que el alumno debe poseer para poder comprender las ideas principales de la asignatura. Posteriormente, estos contenidos son retomados en los exámenes parciales, de cuya aprobación depende la acreditación del espacio curricular. La propuesta de cada examen parcial contempla un espacio de discusión grupal, en el que los alumnos pueden debatir distintas alternativas de resolución, para desarrollar a continuación un reporte individual del examen. Tanto los exámenes parciales como las instancias de monitoreo pusieron al descubierto falencias de larga data, o ausencia, en muchos casos, de las herramientas básicas asociadas al quehacer matemático: manejo de operatoria elemental, uso de bibliografía específica, manejo de hipótesis. Más aún, los resultados de los exámenes pusieron de manifiesto que muchos alumnos poseían el conocimiento teórico previo para realizar las actividades, sin embargo no lograban transferir dichos conocimientos a situaciones particulares. Por ello creímos necesario acompañarlos y apoyarlos para que alcanzaran las habilidades necesarias. Para lograr este objetivo incorporamos de manera sistemática y continua a la práctica diaria, una nueva estrategia de trabajo que contemplara la reutilización de instrumentos de evaluación ya resueltos por los alumnos y permitiera a cada uno de ellos identificar y reflexionar sobre los errores cometidos, transformando así un dispositivo de evaluación en objeto de análisis sobre las acciones realizadas y la implicancia de esto último sobre la validación de sus saberes.

### DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD

A las clases prácticas asisten alrededor de 80 alumnos, quienes se agrupan espontáneamente; en esta forma de organización hemos observado que ciertos alumnos participan pasivamente de las discusiones grupales, mientras que algunos otros “imponen” su parecer al resto. Dado que la actividad pretendía involucrar a todos los alumnos presentes en la clase, para evitar esto se los reorganizó en forma aleatoria en grupos de no más de diez alumnos.

La actividad consistió en que cada grupo analizara y explicara cuáles eran las causas de las respuestas o procedimientos erróneos; además debían resolver y mostrar la respuesta correcta de cada ejercicio. Luego, debían compartir con el resto de la clase las conclusiones alcanzadas. Para el análisis se eligió un modelo de monitoreo resuelto que contenía errores típicos asociados a las imágenes conceptuales erróneas que suelen ocurrir durante el aprendizaje de los contenidos evaluados (Tall y Vinner, 1981). Con este trabajo, pretendíamos ver si los alumnos eran capaces de justificar las causas que llevaron a las respuestas erróneas e identificar las relaciones subyacentes en los ejercicios presentados de un examen en particular.

A continuación se describe uno de los exámenes presentados en clase.

### **Ejemplo de una instancia de monitoreo**

#### *Tercera Instancia de Monitoreo*

Contenido a evaluar: *Definición e interpretación geométrica del concepto de derivada*

Objetivo: En esta instancia se pretende ver si el alumno identifica el concepto de derivada en un punto y lo reconoce en distintos contextos. A través de esta actividad el alumno podrá notar que existen distintos abordajes para un mismo concepto.

### **Descripción de los ejercicios presentados en el monitoreo**

Ejercicio 1: Se presentan los gráficos de una función  $f$  y la recta tangente a la curva en el punto de abscisa  $x = 1$ . Se pide a los alumnos que respondan cuál es el valor de  $f'(1)$ .

Ejercicio 2: Se presentan dos posibles gráficos de la derivada  $f'$  de la función dada en el Ejercicio 1. Los alumnos deben seleccionar cuál de los dos es el que corresponde, y explicar las razones de su elección.

Ejercicio 3: Se propone una afirmación acerca de la función  $f$ , cuya información está vinculada con los ejercicios anteriores. Observando los mismos, los alumnos deben determinar si es correcta o no.

En Anexo, Figura 1 se muestra el modelo de evaluación descrito.

La consigna dada a cada uno de los grupos fue la siguiente:

- Leer atentamente el enunciado de cada ejercicio.
- Analizar los errores señalados.
- Justificar por qué fueron señalados los errores en las respuestas dadas.
- Elaborar la respuesta correcta para cada ejercicio.
- Compartir la respuesta correcta y el análisis realizado con el resto de la clase.

Luego de realizada la actividad, estas fueron algunas de las respuestas recabadas (por la similitud que presentaban varios de los análisis realizados por algunos grupos, hemos seleccionado una muestra de ellas).

#### *Grupo 1:*

Ejercicio 1: este grupo no analiza la respuesta dada, pero sí resuelve el ejercicio. Reconocen y asocian el símbolo algebraico  $f'(1)$  con la pendiente de la recta tangente en el punto de abscisa  $x = 1$ , respondiendo correctamente el valor pedido mediante el cálculo de la pendiente de la recta graficada.

Ejercicio 2: observan que la justificación está incompleta pues el alumno no ha considerado la relación entre el signo de la derivada  $f'$  y el crecimiento de la función  $f$ .

Ejercicio 3: no analizan la respuesta dada en el ejercicio, pero afirman que la proposición es falsa “*porque en  $f'(0)$  hay una pendiente*”.

En Anexo, Figura 2 se puede observar la producción original del Grupo 1.

#### *Grupo 2:*

Ejercicio 1: este grupo sí analiza el error en la respuesta, pero no da la respuesta correcta al ejercicio. Proponen dos justificaciones distintas: una explicación posible es que el alumno

puede haber intentado calcular la pendiente por fórmula, aunque haciendo el cociente invertido entre la variación de  $x$  e  $y$ . También observan que el alumno trató de realizar la gráfica de la función  $f$ , y estimó que el valor de la derivada en  $x=1$ , de acuerdo a su dibujo, sería la respuesta que él propone.

Ejercicio 2: como en el grupo 1, observan que el alumno solo pone la atención en la recta tangente, sin considerar el crecimiento de la función  $f$ .

Ejercicio 3: explican que la respuesta es incorrecta porque el alumno ha considerado la imagen de la función en  $x=0$ , y no el valor de la derivada.

En Anexo, Figura 3 se puede observar la producción original del Grupo 2.

#### *Grupo 5:*

Ejercicio 1: No analizan la respuesta dada, pero reconocen y asocian el símbolo algebraico  $f'(1)$  con la pendiente de la recta tangente en el punto de abscisa  $x = 1$ . Observan que la pendiente debe ser negativa, y explican cómo debe calcularse la pendiente de la recta tangente.

Ejercicio 2: observan que la justificación es insuficiente pues el alumno solo observa las raíces de la función derivada.

Ejercicio 3: No analizan ni responden el ejercicio.

En Anexo, Figura 4 se puede observar la producción original del Grupo 5.

### **Cierre de la actividad**

En la puesta en común, los distintos grupos de alumnos consideraron que quien resolvió el examen presentado no consideró toda la información que estaba recibiendo, o no tenía claro algún concepto básico.

Como observaciones generales, los grupos identificaron distintos factores que provocaron las respuestas erróneas: la aplicación incorrecta de la fórmula para el cálculo de la pendiente, que manifiesta desconocimiento de la relación entre la variable dependiente y la independiente; la utilización parcial de la información dada, pues no tuvo en cuenta la evidencia (mencionaron que se debía tener en cuenta el signo de la pendiente, apoyándose en la representación gráfica proporcionada en el ejercicio), los vínculos existentes entre ambas funciones (observó las raíces de la función derivada  $f'$ , pero no consideró el otro dato necesario, el crecimiento de la función  $f$ ), y por último la confusión entre la función derivada y la de la función  $f$ .

Además del análisis de errores, la puesta en común les permitió reflexionar acerca de sus propias habilidades de comunicación oral y escrita. Por ejemplo, una de las respuestas dadas por un grupo afirmaba que la proposición del ejercicio 3 era falsa porque “*en  $f'(0)$  hay pendiente*”: explicaron que lo que quisieron expresar es que allí, la pendiente no es nula. Otro grupo explicó que la falta de una buena organización del tiempo asignado no les permitió completar la actividad.

### **CONCLUSIONES**

Creemos que el “error” debe ser considerado como una instancia que permita el crecimiento cognitivo de los alumnos (Tall, 1977); una forma de aprovecharlo es, según sugiere Astolfi (1999), hacer una “escucha positiva de lo que los alumnos expresan. Su falta hace que el docente se limite a su proyecto didáctico, y que sólo seleccione, de entre lo que dicen los alumnos, aquello que favorece la progresión prevista”. Dejarlo de lado en favor de las respuestas correctas nos quita la posibilidad de entender todas las posibles representaciones de un concepto que nuestros alumnos pueden tener.

Si bien el objetivo de las instancias de monitoreo mencionadas es determinar la adquisición de los conceptos básicos presentados, en vista de lo expuesto, consideramos fundamental darle otro sentido a estas evaluaciones (Celman, 1998, 36). Es así que la propuesta metodológica recuperó esta información, no sólo para trabajar sobre los errores cometidos por los alumnos sino para favorecer la discusión grupal, la puesta en común de las ideas y respuestas, el proceso de argumentación y validación de resultados, todas estas habilidades necesarias para lograr aprendizajes significativos y la autonomía intelectual de los alumnos.

Puesto que la experiencia fue implementada este año, no contamos aún con una cantidad significativa de datos cuantitativos que permitan realizar un análisis estadístico del impacto de la actividad en el proceso de aprendizaje de los alumnos, pero podemos señalar como un indicador cualitativo de la efectividad de esta propuesta que gran parte de los alumnos que participaron activamente de esta actividad obtuvieron la acreditación de la asignatura por promoción.

Otro indicador cualitativo a mencionar sobre el impacto de esta actividad en el proceso de aprendizaje de los alumnos es que este espacio de reflexión y debate sobre los errores sirvió como ensayo previo para el momento de discusión grupal en los exámenes parciales, pues la modalidad descrita anteriormente requiere que el alumno llegue a esta instancia habiendo trabajado cotidianamente el hábito de la participación activa, de manera de no convertirse en un espectador pasivo. Por otro lado, el tener que verbalizar sus producciones los enfrentó con la necesidad de expresar con claridad sus razonamientos, para ser entendidos por sus pares. Así las cuestiones relacionadas con el lenguaje y la validación de procesos fueron puestas a prueba en esta actividad, con una repercusión directa y positiva en los reportes individuales de los parciales, pues al momento del examen tuvieron más claro que se esperaba de ellos cuando debían justificar un procedimiento.

Para aquellos alumnos en los que el desconocimiento de algunos de los contenidos los inhibía de realizar las actividades propuestas y de participar activamente en clase, el intercambio con sus compañeros les resultó útil para entender la consigna de los ejercicios, cómo buscar la información necesaria e identificar lo central de lo secundario en el contenido en cuestión, explicitando los conceptos relevantes. También se observó en instancias de recuperación y exámenes posteriores una modificación significativa de conceptos erróneos en gran parte de los alumnos que habían desaprobado algún examen.

Se espera a futuro poder acumular suficientes datos para cuantificar el efecto que este tipo de prácticas tiene en el proceso de evaluación implementado en nuestra asignatura como así también analizar alternativas para incorporar a este proceso el uso de las TICS.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Astolfi, J.P. (1999). *El "error", un medio para enseñar*. Sevilla: Díada. 100 p.

Astolfi, J.P. y Peterfalvi, B. (2002). Estrategias para trabajar los obstáculos: dispositivos y resortes. En: Camilloni, A. (Ed.), *Los obstáculos epistemológicos en la enseñanza* (191-223). Barcelona: Gedisa.

Camilloni, A. (1998). La calidad de los programas de evaluación y de los instrumentos que los integran. En: Camilloni, A., Celman, S., Litwin, E., Palou de Maté, M. (Eds.) *La evaluación de los aprendizajes en el debate didáctico contemporáneo* (9-33). Buenos Aires: Paidós.

Celman, S. (1998). ¿Es posible mejorar la evaluación y transformarla en herramienta de conocimiento?. En: Camilloni, A., Celman, S., Litwin, E., Palou de Maté, M. (Eds.) *La evaluación de los aprendizajes en el debate didáctico contemporáneo* (35- 66). Buenos Aires: Paidós.

Elliot, J. (1993). *El cambio educativo desde la investigación-acción*. Madrid: Morata. 192 p.

Litwin, E. (1998). La evaluación: campo de controversias y paradojas o un nuevo lugar para la buena enseñanza. En: Camilloni, A., Celman, S., Litwin, E., Palou de Maté, M. (Eds.) *La evaluación de los aprendizajes en el debate didáctico contemporáneo* (9-33). Buenos Aires: Paidós.

Oñorbe, A. (2003). Resolución de problemas, en Aleixandre, M.P.J. (Ed.), *Cómo enseñar ciencias* (73-93). Barcelona: Graó.

Soto, G. y González, M. (2009). No te preocupes...en algún momento te va a servir. Conferencia. Supervisión de Nivel Medio Comodoro Rivadavia, Chubut.

Soto, G. (2010). ¿Qué evaluamos cuando evaluamos? *Revista de educación matemática*, 25(2): 14-27.

Soto, G.R, Etcheverrito, M.N., Etcheverrito, M.C. y Mellado, M. (2010). Experiencias innovadoras en el diseño de instrumentos de evaluación en el aula. Primer Congreso Latinoamericano de Investigación Educativa, Universidad Católica de Córdoba, ISBN 978-987-26202-2.

Tall, D. y Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics, with particular reference to limits and continuity. *Educational studies in mathematics*, 12: 151–169.

Tall, D. (1977). Conflicts and catastrophes in the learning of mathematics. *Mathematical education for teaching*, 2(4): 1-16.

## ANEXO



**TERCER INSTANCIA DE MONITOREO**  
17/04/12

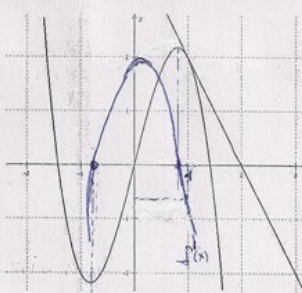
Apellido y Nombre: \_\_\_\_\_  
D.N.I.: \_\_\_\_\_  
Carrera: \_\_\_\_\_

Ejercicio	Puntuación
1 (2 pts)	0
2 (2 pts)	1
3 (2 pts)	0

■ **TIEMPO DE RESOLUCIÓN: 15 MINUTOS**

■ **Puntaje de aprobación: 4 (CUATRO) puntos**

1. Utilice la gráfica de la función  $f$  que se ilustra abajo para determinar el valor de  $f'(1)$ .



$f'(1) = -\frac{3}{4}$  X

2. ¿Cuál de los dos gráficos corresponde al de la derivada de la función  $f$  dada en el Ejercicio 1?  
Justifique su elección.

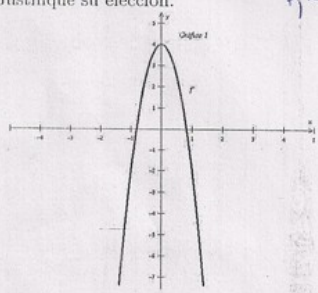


Gráfico 1

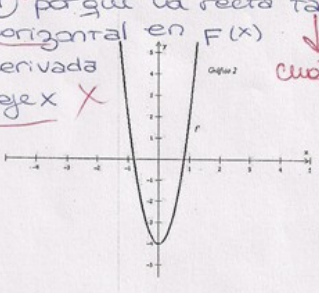


Gráfico 2

Rta = gráfico ① porque la recta tangente es ~~sea~~ horizontal en  $F(x)$  en su derivada corta el eje X X

cual? ↓

3. Observe el gráfico de la función  $f$  dada en el Ejercicio 1 y determine si la siguiente afirmación es verdadera o falsa. Justifique su respuesta.

Falsa  $f'(0) = 0$

~~verdadera~~ porque en  $f(0) = 0$ , en su derivada forma una concava hacia abajo, y se puede observar en el gráfico  $f'(0)$  es igual a -4.  $f'(0) = -4$  X

Figura 1. Modelo de evaluación analizado por los alumnos en clase.

GRUPO 1

HOJA N°

FECHA

①  $f'(1) = \frac{V_y}{V_x} = -2$

② GRÁFICO 1 =

• Los intervalos  $(-\infty; 1)$  y  $(1; +\infty)$  la recta tangente es negativa debido a que  $f$  es decreciente.

③ FALSA.  $x$  en  $f'(0)$  hay una pendiente.

② → La justificación está incompleta porque ambos gráficos (1 y 2) cortan al eje  $x$  donde  $f(x)$  tiene un máximo y un mínimo, pero tenía que tener en cuenta cuando  $f(x)$  era creciente y cuando decreciente.

Figura 2. Análisis realizado por el Grupo 1

Grupo 2

① En vez de hacer variación en  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$  lo realizó al revés  $\frac{\Delta x}{\Delta y}$  o bien lo que hizo fue dibujar la derivada y fijarse el punto donde se junta  $y$  con  $x=1$

② Gráfica 1 se fijó en la recta  $fg$  y no donde crecía o decrecía la función

③ se fijó  $f(0)=0$  no en  $f'(0)=?$

Figura 3. Análisis realizado por el Grupo 2.



		HOJA * 65
		FECHA

Justificación:

Beguiristain - Cortés - Romero - Vidal - Alvarez - Latorre - Fuentes -  
Carrizo - Giordano - Castro.

1). En el primer punto el valor de  $f'(1)=2$  porque ~~es~~ <sup>de x es 1</sup> ~~f vale 2~~  $f'(1)=2$  porque ~~es~~ <sup>es</sup> creciente.  
Cuando el valor ~~es~~ <sup>es</sup> ~~f vale 2~~ para calcular la pendiente  $f'(1)$  se  
toma la variación de  $y$  sobre  $x$  y este da el resultado 1.

2- El grafico es el 1 pero se fija solo en el eje  $x$  donde se como

Figura 4. Análisis realizado por el Grupo 5.